



نامساوی ماتریسی خطی در سیستم و تئوری کنترل

تألیف: مهندس فاطمه محمدی

دکتر مهرداد تاکی (عضو هیأت علمی دانشگاه قم)

دکتر عفت گلپرتابوکی (عضو هیأت علمی دانشگاه قم)

سروشناسه	: محمدی، فاطمه، ۱۳۷۱ فروردین.
عنوان و نام پدیدآور	: نامساوی ماتریسی خطی در سیستم و تئوری کنترل/تالیف فاطمه محمدی؛ مهرداد تاکی؛ عفت گلپرابوکی. ویراستار: محمدحسین عباسی
مشخصات نشر	: قم: دانشگاه قم، انتشارات، ۱۳۹۹.
مشخصات ظاهری	: ۴۰ ص.
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۸۴۳۶-۵۳-۹
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
موضوع	: مهندسی ترافیک- الگوهای ریاضی/- Mathematics models
موضوع	: Traffic flow- Mathematical / ترافیک- الگوهای ریاضی / models
موضوع	: مهندسی راه / Highway engineering
موضوع	: راهها- الگوهای ریاضی / Roads- Mathematical models
موضوع	: ترافیک شهری /City traffic / نظریه کنترل
موضوع	: نامساوی های ماتریسی / Matrix inequalities
موضوع	: بهینه سازی ریاضی / Mathematical optimization
شناسه افزوده	: شناسه افزوده
شناسه افزوده	: تاکی مهرداد، ۱۳۶۰- گلپرابوکی، عفت، ۱۳۴۹ دانشگاه قم، انتشارات
ردی بندی کنگره	: TE۱۴۵
ردی بندی دیوبی	: ۶۲۵/۷
شماره کتابشناسی ملی	: ۶۱۴۸۷۶۵



انتشارات دانشگاه قم

عنوان: نامساوی ماتریسی خطی در سیستم و تئوری کنترل

نویسنده: فاطمه محمدی، مهرداد تاکی، عفت گلپرابوکی.

چاپ و صحافی: هوشنگی

طراح جلد: احمد رضا حیدری

صفحه آرا: محمدحسین عباسی

ناظر فنی: علیرضا معظمی

چاپ اول: بهار ۱۳۹۹

سیمارگان: ۱۰۰۰

بیهاء: ۶۰۰۰۰۰

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۸۴۳۶۵۳-۹

آدرس الکترونیکی: Publication@Qom.ac.ir

کلیه حقوق مادی و معنوی برای ناشر محفوظ است.

قم، بلوار الغدیر، دانشگاه قم، اداره چاپ و انتشارات دانشگاه

تلفن: ۰۲۵-۳۲۱۰۳۴۴-۰۲۵-۳۲۱۰۳۴۵

پیشگفتار

کتاب پیش روی شما براساس یک پژوهش کاربردی به منظور کنترل ترافیک شهری بر مبنای ایده‌های موجود در رشته مهندسی برق-کنترل تدوین شده است. در عصر جدید با گسترش جمعیت شهرنشینی، طراحی شبکه ترافیک شهری با هدف حداقل کردن زمان دسترسی بین نقاط مختلف یک مسئله جذاب است. به طور خاص در مورد بزرگراه‌های شهری، طراحی خروجی‌های مناسب و نحوه ارتباطدهی بین بزرگراه‌ها، اهمیت اساسی دارد. در این حوزه کمینه بودن زمان لازم برای رفع یک گره ترافیکی دارای اهمیت راهبردی و امنیتی بالایی می‌باشد.

در پژوهش انجام گرفته در مرحله اول می‌بایست صورت مسئله کنترل ترافیک به فرم یک مسئله استاندارد در حوزه مهندسی کنترل بیان شود. پیچیدگی مسئله حاصل، استفاده از ابزار قدرتمند نامساوی‌های ماتریسی خطی در حوزه ریاضیات کاربردی را اجتناب ناپذیر می‌نمود. لذا در مرحله دوم، مسئله بهینه سازی حاصله به فرم یک نامساوی ماتریسی خطی درآمد. هرچند برای دسته محدودی از نامساوی‌های یاد شده، راه حل‌های تحلیلی وجود دارد اما از دیدگاه مهندسی روش‌های حل عددی با زمان حل چندجمله‌ای یک قابلیت بسیار مهم بشمار می‌رود. لذا روش حل عددی و روش تبدیل یک مسئله کنترل بهینه به یک نامساوی خطی معرفی می‌گردد.

با توجه به گسل عمیقی بین رشته‌های مختلف دانشگاه در کشور و روزآمد نبودن سرفصل‌های درسی، متاسفانه یک مهندس بایستی مدت زیادی را صرف فراغیری مبانی تئوری مورد نیاز بنماید. در این کتاب نیز با استفاده از کتاب Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory تالیف آقایان Venkataramanan و Eric Feron Laurent El Ghaoui Stephen Boyd و کتاب Linear Matrix Inequalities in Control تالیف آقایان Balakrishnan و Weiland Siep Carsten Scherer اصول و مفاهیم مورد نیاز بیان شده است. در قسمت‌های مختلف با توجه به روحیات دانشجویان مهندسی از مثال‌های عددی برای تبیین بهتر مسائل بهره گرفته شده است. فصلی از این کتاب همچنین به معرفی جعبه ابزارهای موجود برای حل عددی نامساوی‌های ماتریسی خطی اختصاص دارد.

بخش‌های مختلف این کتاب به شرح ذیل هستند. فصل اول مقدمه، اصول و مفاهیم اولیه راجع به نامساوی‌های ماتریسی خطی را بیان می‌کند. در فصل دوم شمول دیفرانسیل خطی معرفی می‌شود. فصل سوم به طراحی پسخور حالت به سیستم شمول دیفرانسیل خطی می‌پردازد. در فصل چهارم روش‌های لور و ضرب‌کننده معرفی می‌شوند. در فصل پنجم روش طراحی کنترل کننده بیان می‌شود. فصل ششم به آموزش حل نامساوی‌های ماتریسی خطی با نرم افزار می‌پردازد و در فصل هفتم مسئله کنترل ترافیک فرمول بندی و حل می‌شود.

مؤلفان: فاطمه محمدی – مهرداد تاکی – عفت گلپیر رابوکی

فهرست مطالب

۱	۱	۱ مقدمه، اصول و مفاهیم اولیه
۱	۱	۱. تاریخچه‌ی مختص‌ری از بکارگیری LMI در تئوری کنترل
۸	۲.۱	۲.۱ نامساوی‌های ماتریسی خطی
۱۲	۱.۲.۱	۱.۲.۱ برخی ویژگی‌های LMI
۱۵	۲.۲.۱	۲.۲.۱ مجموعه محدب
۲۰	۳.۲.۱	۳.۲.۱ توابع محدب
۲۳	۴.۲.۱	۴.۲.۱ بهینه‌سازی محدب
۲۴	۵.۲.۱	۵.۲.۱ فرم کلی مسائل بهینه‌سازی محدب
۲۷	۶.۲.۱	۶.۲.۱ برنامه‌ریزی خطی (LP)
۳۰	۷.۲.۱	۷.۲.۱ ماتریس‌ها به عنوان متغیرها
۳۲	۸.۲.۱	۸.۲.۱ قید برابری خطی
۳۲	۳.۱	۳.۱ برخی از مسائل استاندارد
۳۳	۱.۳.۱	۱.۳.۱ مسائل LMI
۳۳	۲.۳.۱	۲.۳.۱ مسائل مقادیر ویژه
۳۶	۳.۳.۱	۳.۳.۱ مسائل مقادیر ویژه تعمیم یافته
۳۷	۴.۳.۱	۴.۳.۱ مسائل محدب
۳۹	۵.۳.۱	۵.۳.۱ حل مسائل استاندارد LMI
۴۰	۴.۱	۴.۱ الگوریتم بیضی

۴۶ ۱.۵.۱ روش نقطه - داخلی
۴۶ ۱.۵.۱.۱ مرکز تحلیلی LMI
۴۹ ۲.۵.۱ مسیر مراکز
۵۰ ۳.۵.۱ روش مراکز
۵۳ ۴.۵.۱ روش نقطه داخلی و ساختار مسائل
۵۵ ۶.۱ نامساوی‌های ماتریسی خطی اکید و غیراکید
۵۷ ۱.۶.۱ کاهش به LMI اکیدا شدنی
۵۸ ۲.۶.۱ مثال: نامساوی لیپانوف
۶۲ ۷.۱ نتایج گوناگون در نامساوی ماتریس
۶۲ ۱.۷.۱ حذف عبارت‌های نیمه معین
۶۳ ۲.۷.۱ حذف متغیرهای ماتریس
۶۵ ۳.۷.۱ روش S
۶۸ ۸.۱ برخی از مسائل LMI با راه حل‌های تحلیلی
۶۸ ۱.۸.۱ نامساوی لیپانوف
۶۹ ۲.۸.۱ لم حقیقی - مثبت
۷۴ ۳.۸.۱ لم حقیقی - کراندار
۷۵ ۴.۸.۱ مسائل دیگر
۷۷ ۲ شمول دیفرانسیل خطی
۷۷ ۱.۲ شمول دیفرانسیلی
۷۸ ۱.۱.۲ شمول‌های دیفرانسیلی خطی

۷۹	۲.۱.۲ تعمیم به سیستم‌ها
۸۰	۲.۲ برخی از LDI‌های خاص
۸۰	۱.۲.۲ سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان
۸۰	۲.۲.۲ LDI چند وجهی
۸۱	۳.۲.۲ LDI‌های نرم-کراندار
۸۲	۴.۲.۲ LDI‌های نرم-کراندار قطری
۸۴	۳.۲ تجزیه و تحلیل سیستم غیر خطی از طریق LDIs
۸۵	۱.۳.۲ یک شرط مشتق
۸۷	۲.۳.۲ شرایط ناحیه
۸۸	۴.۲.۲ تجزیه و تحلیل سیستم خطی از LDI
۸۹	۱.۴.۲ پایداری تربیعی
۱۰۰	۲.۴.۲ تبدیل مختصات
۱۰۱	۳.۴.۲ مرزهای پایداری تربیعی
۱۰۳	۴.۴.۲ نرخ فروپاشی
۱۰۹	۲ طراحی پسخور حالت برای شمول‌های دیفرانسیل خطی
۱۰۹	۱.۳ کنترل کننده‌های پسخور حالت ایستا
۱۱۳	۲.۳ خواص حالت
۱۱۴	۱.۲.۳ پایدارسازی تربیعی
۱۲۳	۲.۲.۳ بیضی‌های نگهدارنده
۱۲۴	۳.۲.۳ محدودیت‌های ورودی کنترلی

۱۲۵	۳.۳ خواص ورودی به حالت.....
۱۲۷	۱.۳.۳ مجموعه های قابل دستیابی با ورودی های انرژی- واحد.....
۱۳۵	۲.۳.۳ مجموعه های قابل دستیابی با ورودی های انرژی- واحد مولفه های.....
۱۳۹	۳.۳.۳ مجموعه های قابل دستیابی با ورودی های پیک- واحد.....
۱۴۳	۴.۳ خواص خروجی به حالت.....
۱۴۴	۱.۴.۳ کران هایی برای انرژی خروجی.....
۱۵۲	۵.۳ خواص خروجی به ورودی.....
۱۵۲	۱.۵.۳ بهره L2 و RMS.....
۱۶۱	۲.۵.۳ اتلافی.....
۱۶۶	۳.۵.۳ کنترل کننده های پسخور حالت دینامیکی در مقایسه با ایستا.....
۱۶۷	۶.۳ تعریف رویتگر حالت و طراحی رویتگر حالت برای سیستم های LTI.....
۱۶۹	۷.۳ کنترل کننده های مبتنی بر رویتگر برای سیستم های غیر خطی.....
۱۷۳	۴ روش های لور و ضرب کننده.....
۱۷۳	۱.۴ تجزیه و تحلیل سیستم های لور.....
۱۷۵	۱.۱.۴ پایداری.....
۱۷۸	۲.۱.۴ مجموعه های قابل دستیابی با ورودی انرژی - واحد.....
۱۸۰	۳.۱.۴ کران های انرژی خروجی.....
۱۸۳	۴.۱.۴ بهره L2
۱۸۶	۲.۴ محدودیت های تربیعی انتگرالی.....
۱۸۷	۱.۲.۴ پایداری.....

۱۸۹ <i>L2</i> بهره ۲.۲.۴
۱۹۰	۳.۴ ضرب کننده برای سیستم‌هایی با پارامترهای ناشناخته
۱۹۲پایداری ۱.۳.۴
۱۹۴	۲.۳.۴ مجموعه های قابل دستیابی با ورودی انرژی-واحد
۱۹۹	۵ ترکیب کنترل کننده
۲۰۹مقدمه ۱.۵
۲۰۰	۲.۵ ترکیب کنترل کننده تک هدفه
۲۰۰۱.۲.۵ ترتیب
۲۰۳	۲.۲.۵ از تجزیه تحلیل به ترکیب-یک روش متداول
۲۱۲ <i>H</i> _∞ طراحی ۳.۲.۵
۲۱۴	۴.۲.۵ طراحی حقیقی مثبت
۲۱۴ <i>H</i> ₂ طراحی ۵.۲.۵
۲۱۵	۶.۲.۵ طراحی تعیین یافته <i>H</i> ₂
۲۱۶	۷.۲.۵ طراحی به منظور محدود کردن نُرم پیک تا پیک
۲۱۹	۳.۵ طراحی کنترل کننده چند هدفه و مختلط
۲۲۲	۴.۵ حذف پارامترها
۲۲۳۱.۴.۵ دوگانه‌سازی
۲۲۴۲.۴.۵ تبدیل تصویری
۲۲۵	۴.۴.۵ حذف برای طراحی عملکرد تربیعی
۲۲۹۵.۴.۵ حذف برای طراحی‌های <i>H</i> ₂

۵.۵ مسائل پسخور حالت	۲۳۰
۶ آموزش حل نامساوی‌های ماتریسی با استفاده از نرم‌افزار متلب	۲۳۵
۱.۶ یادآوری	۲۳۵
۲.۶ معرفی دستورهای مهم LMI در نرم‌افزار متلب	۲۳۷
۱.۲.۶ آغاز تعریف LMI‌ها	۲۳۷
۲.۲.۶ تعریف متغیرها با استفاده از دستور lmivar	۲۳۸
۳.۲.۶ تعریف LMI‌ها با استفاده از دستور lmiterm	۲۴۲
۴.۲.۶ پایان تعریف LMI‌ها با استفاده از دستور getlmis	۲۴۵
۵.۲.۶ تعیین حل کننده	۲۴۵
۳.۶ تعریف و حل LMI‌ها با استفاده از YALMIP	۲۶۷
۱.۳.۶ روند حل LMI با استفاده از YALMIP	۲۶۸
۷ بررسی پایداری سیستم‌های ترافیکی	۲۸۹
۱.۷ مقدمه	۲۸۹
۲.۷ دسته‌بندی مدل‌های ترافیکی	۲۹۱
۱.۲.۷ بر اساس تعبیر فیزیکی	۲۹۱
۲.۲.۷ بر اساس درجه جزئیات	۲۹۲
۳.۲.۷ مدل‌سازی گسسته یا پیوسته	۲۹۵
۴.۲.۷ مدل‌سازی قطعی یا تصادفی	۲۹۶
۳.۷ مدل‌های ماکروسکوپیک	۲۹۶
۱.۳.۷ مدل مرتبه اول یا LWR	۲۹۸

۳۰۳ PW مدل مرتبه دوم یا ۲.۳.۷
۳۰۵ ARZ ۳.۳.۷ مدل
۳۰۸ METANET ۴.۳.۷ مدل
۳۱۹ ۴.۷ شبیه‌سازی سیستم‌های ترافیکی با مدل METANET
۳۲۶ ۵.۷ فرمول‌بندی مسئله
۳۳۲ ۶.۷ طراحی کنترل کننده
۳۳۸ ۷.۷ تجزیه و تحلیل یک روش کلی
۳۴۹ ۸.۷ تعمیم روش کلی بیان شده به سیستم اصلی
۳۵۷ ۹.۷ محاسبه ماتریس‌های سیستم با استفاده از مدل METANET
۳۵۷ ۱.۹.۷ محاسبه حالت پایدار متغیرهای حالت
۳۶۰ ۲.۹.۷ روش اول، محاسبه ماتریس‌های سیستم با استفاده از چهار پارامتر
۳۶۵ ۳.۹.۷ روش دوم، محاسبه ماتریس‌های سیستم با استفاده از دو پارامتر
۳۶۸ ۱۰.۷ نتیجه‌گیری
۳۷۱ فهرست مراجع
۳۷۵ واژه نامه انگلیسی به فارسی
۳۸۷ کلمات کلیدی

